Lösningsförslag

Giraffe
Börja med att lösa ut t ur uttrycket.
$0 = -t + 15 + \sqrt{20 - t} \iff -t + 15 = -\sqrt{20 - t} \iff t^2 - 30t + 225 = 20 - t,$ $t > 15 \iff$ (Eftersom vi höjer upp båda leden i två finns det risk för att en falsk rot uppstår. Det betyder att man i slutet av uppgiften måste testa sina rötter i original uttrycket. Eller sätta in villkoret $t > 15$) $\iff 0 = t^2 - 29t + 205, t > 15 \iff t_1 = 12.21\ t_2 = 16.79, t > 15 \iff$ (Eftersom $t_1 < 15$ uppfylls inte det andra villkoret. Alltså är t_2 den enda roten. $\iff t_2 = 16.79$

Svar: Missilen kommer träffa sitt mål efter 16.79 sekunder.

Remote Tower
Börja med att undersöka när vinsten är större eller lika med noll,
dvs. intäkter ≥ kostnader

Kostnader:
Det blir olika kostnader inom de två tidsintervallen.
- 06:00-17:00 ger 200*1.4 = 280 kr/h
- 17:00-06:00 ger 250*1.4 = 350 kr/h

Intäkter:
Ekvationen $I(t)=500-2x^2$ ger extrempunkt vid x=0 av 500 Genom andra derivata kan man visa att detta även är en maximi punkt.

Nedan följer separata uträkningar för att ta reda på när kostnader = intäkter inom de två tidsintervallen.

1. 06:00-17:00
Vi söker alltså punkten där kostnader = intäkter

$280 = 500-2x^2$
Ger: x = +-10.5 h

10.5 timmar från 12:00 ger att intäkterna är 280 kr, vilket är mellan 01:30 - 22:30.

Eftersom I(x) bara har en maximi punkt vid x=0 av 500 kan det inte finnas någon tidpunkt där intäkterna är lägre mellan dessa tider. Mellan 01:30-22:30 är alltså intäkter ≥ kostnader.

Eftersom 01:30-22:30 sträcker sig över hela intervallet 06:00-17:00 ska flygplatsen ha öppet under hela intervallet mellan 06:00-17:00.

2. 17:00-06:00
Återigen söker vi den punkt där kostnader = intäkter

$350 = 500-2x^2$
Ger: $x = +- 8.66$

8.66 h = 8 h och 0.66*60 min = 8 h och 40 min

Dvs 8 h och 40 min från 12:00 ger att intäkterna är 350 kr, vilket är mellan 03:20 – 20:40.

Eftersom I(t) bara har en maximi punkt vid x=0 av 500 kan det inte finnas någon tidpunkt där intäkterna är lägre mellan dessa tider. Mellan 03:20 – 20:40 är alltså intäkter ≥ kostnader.

<u>Svar: Flygplatserna ska ha öppet mellan 03:20 till 20:40.</u>

A26

Det finns flera sätt att uppskatta ubåtens vikt. Ett bra sätt är att använda Arkimedes princip som följer nedan.

Eftersom ubåten måste kunna ligga still utan för mycket ansträngning bör den väga ungefär lika mycket som det vattnet den tränger undan väger (Arkimedes princip). Ubåten kan i alla fall **inte väga mer** än det vatten den tränger undan för då skulle den sjunka när motorerna är avstängda och vattentankarna är tomma. Den kan mycket väl väga mindre än det vatten den tränger undan. När ubåten då vill ligga stilla kan den ta in vatten i sina vattentankar. I fortsättningen räknar vi på hur mycket ubåten **maximalt** kan väga.

För att kunna räkna på hur mycket vatten ubåten tränger undan måste vi uppskatta ubåtens volym. Längden, **63m är given**. Ubåtens form är mer eller mindre cylinderformad. Genom att skissa ubåten kan man anta att ubåten är ca 7 meter bred, vilket ger en radie på 3.5 m.

Eftersom ubåten smalnar av utmed fören och aktern blir volymen mindre än en cylinder med radien 3.5m och längden 63m. Räknar istället med längden 50 m för att kompensera för detta.

Volym cylinder = $3.14*3.5^2*50 = 1923.25$ m^3 = $1923.25*1000$ dm^3
1 dm^3 vatten väger ca 1 kg.
1923.25*1000kg = 1923.25 ton < 2500 ton

<u>Svar: Ja, shipliften klarar av att lyfta ubåten.</u>

OBS: Beroende på hur man uppskattar radie och hur mycket ubåten smalnar av kan man få olika svar vilket är helt okej så länge uppskattningarna är rimliga och välmotiverade. Får man att ubåten väger mer än 2500 ton bör man lägga märke till att det är den **maximala** vikten på ubåten som uppskattats med denna metod.